



Matriks Transformasi Linier

Oleh :

Musayyanah, S.ST, MT

Semester Genap

S1 Sistem Komputer

- **Tujuan :**
- memahami pengertian matriks serta dapat mengoperasikannya

- **Indikator :**
- Matriks ditentukan oleh unsur dan notasinya
- Matriks dibedakan menurut jenis dan relasinya

List Of Content



DEFINISI MATRIKS

JENIS-JENIS
MATRIKS

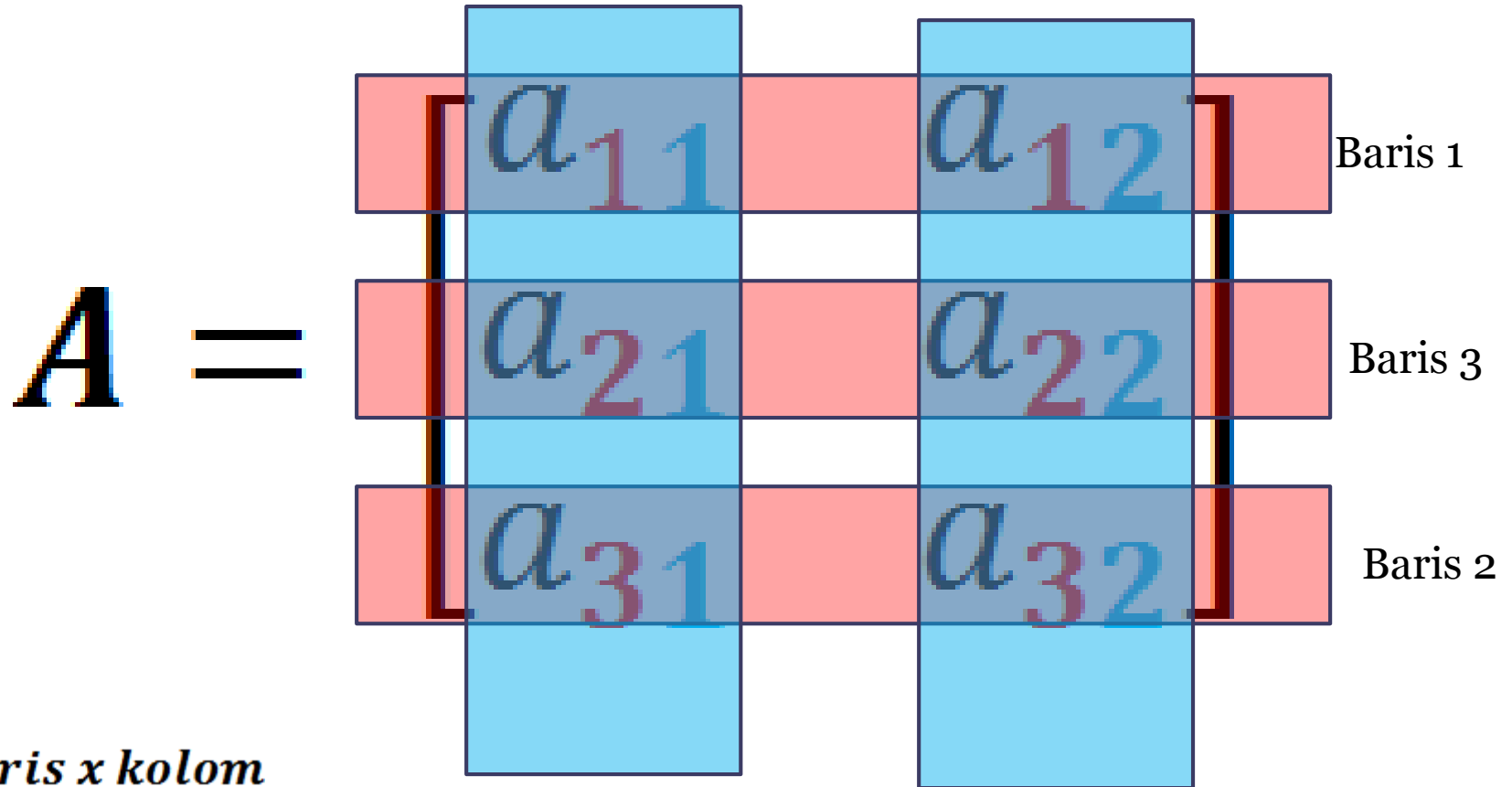
OPERASIONAL
MATRIKS

Pengertian



- Matriks
- sebuah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. [Silaban, 1990]
- Kumpulan bilangan, simbol atau ekspresi berbentuk persegi panjang yang disusun menurut baris dan kolom [wikipedia]
- Komponen Matriks : elemen, baris, kolom, dan ordo

Struktur Matriks



$A_{\text{baris} \times \text{kolom}}$

$A_{3 \times 2}$

Jenis-Jenis Matriks

- *Berdasarkan Ordo*
- Matriks Baris : Matriks yang hanya terdiri dari satu baris.

$$A_{1 \times 3} = [a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13}]$$

- Matriks Kolom : Matriks yang hanya terdiri dari satu kolom.

$$A_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{bmatrix}$$

- Matriks Tegak : jumlah baris lebih banyak dari jumlah kolom.

$$A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 7 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

- Matriks Datar : jumlah baris lebih sedikit daripada jumlah kolom

$$A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

- *Berdasarkan Elemen Penyusunnya*
- Matriks Persegi (Bujur sangkar) : jumlah kolom dan barisnya sama.

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

- Matriks Nol : elemen-elemennya adalah nol.

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Matriks Diagonal : matriks persegi yang elemen pada diagonal utamanya adalah bukan nol dan elemen lainnya adalah nol.

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

- Matriks Skalar : matriks persegi yang elemen diagonal utamanya adalah bukan nol dan memiliki besar yang sama, sedangkan elemen lainnya nol.

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

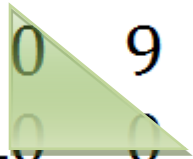
- Matriks Identitas (Satuan) : elemen diagonalutamanya adalah satu dan elemen lainnya adalah nol.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

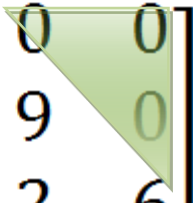
- Matriks Simetri Miring : matriks yang elemen-elemennya selain elemen diagonal, saling berlawanan.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} a_{21}=a_{12} \\ a_{31}=a_{13} \\ a_{23}=a_{32} \end{array}$$

- Matriks Segitiga Atas : matriks bujur sangkar yang elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol. Elemen $A_{n \times m} = 0$, untuk $n > m$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 9 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$


- Matriks Segitiga Bawah : matriks bujur sangkar yang elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol. Elemen $A_{n \times m} = 0$, untuk $n < m$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 0 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$


- Matriks Transpose : transpose merubah baris menjadi kolom atau kolom menjadi baris.

contoh :

$$A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow A_{3 \times 2}^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat matriks Transpose :

1. $(A + B)^T = A^T + B^T$
2. $(A - B)^T = A^T - B^T$
2. $(A^T)^T = A$
3. $(kA)^T = kA^T$, dimana k adalah skalar

Operasi Matriks

1. Penjumlahan/Pengurangan Matriks

Ketentuan :

- ✓ Ordo kedua matriks sama
- ✓ Elemen yang seletak dijumlahkan atau dikurangkan

Sifat Penjumlahan Matriks

1. $A + B = B + A$ (hkm komutatif)
2. $A + (B+C) = (A+B) + C$ (hkm Assosiatif)

Example

- $A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -1 & 5 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

- Tentukan penjumlahan matriks $A + B$ dan pengurangan matriks $A - B$

2. Perkalian Matriks

a. Perkalian matriks dengan scalar

Suatu bilangan scalar (k) yang dikalikan dengan semua anggota matriks A.

Example : Jika matriks A adalah $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ maka tentukan nilai $5A$.

Sifat-sifat perkalian matriks dengan scalar :

1. $k (A + B) = k A + k B$
2. $k(A - B) = k A - k B$
3. $(k_1 + k_2) A = k_1 A + k_2 A$
4. $(k_1 - k_2) A = k_1 A - k_2 A$
5. $k_1 (k_2 A) = k_1 k_2 A$
6. $k (A \cdot B) = (kA)B = A(kB)$

- *b. Perkalian dua matriks*

Ketentuan :

Jumlah banyaknya kolom pertama matriks = jumlah banyaknya baris matriks kedua

Mengalikan setiap baris dengan kolom dengan kemudian menjumlahkan

$$A_{m \times n} B_{n \times r} = C_{m \times r}$$

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Tentukan

1. $A \times B$
2. $B \times C$
3. $C \times A$

Sifat-Sifat Perkalian Matriks

1. $A(BC) = (AB)C$ (hkm assosiatif)
2. $A(B+C) = AB + AC$ (hkm distribusi kiri)
3. $A(B-C) = AB - AC$
4. $(B+C)A = BA + CA$ (hkm distribusi kanan)
5. $AI = IA = A$
6. $AB \neq BA$

- C. Perpangkatan matriks

Apabila A merupakan suatu matriks persegi, maka :

$$A^2 = A A$$

$$A^3 = A^2 A$$

Contoh : Tentukan hasil A^2 dan A^3

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -1 & 5 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

Latihan Soal

- Diketahui matriks :

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 8 & -3 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 4 & 7 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 6 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

- $Q = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

- Hitung operasi matriks di bawah ini :

- a. PQ
- b. QR
- c. RS
- d. SP
- e. $QP - R$
- f. $RP - 2Q$
- g. $3Q + RP$
- h. $PR - 2S$