



INSTITUT BISNIS  
DAN INFORMATIKA

**stikom**  
SURABAYA

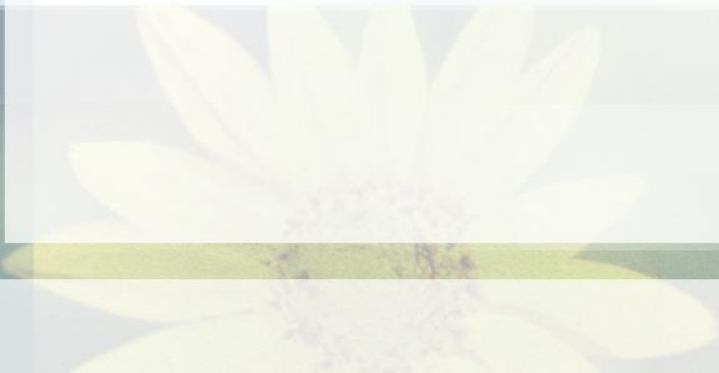
HEART & MIND TOWARDS EXCELLENCE

# HIMPUNAN ORTOGONAL, HIMPUNAN ORTONORMAL dan PROSES GRAM SCHMIDT

Oleh : Musayyanah, S, ST, MT

# LIST OF CONTENT

- **Definisi**
- **Himpunan Orthogonal**
- **Himpunan Orthonormal**
- **Proses GramSchmith**



# Definisi

- $\langle u, v \rangle = u \cdot v = u_1v_1 + u_2v_2 + \dots + u_nv_n$

- Sifat :

1.  $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$

2.  $\langle u+v, w \rangle = \langle u, w \rangle + \langle v, w \rangle$

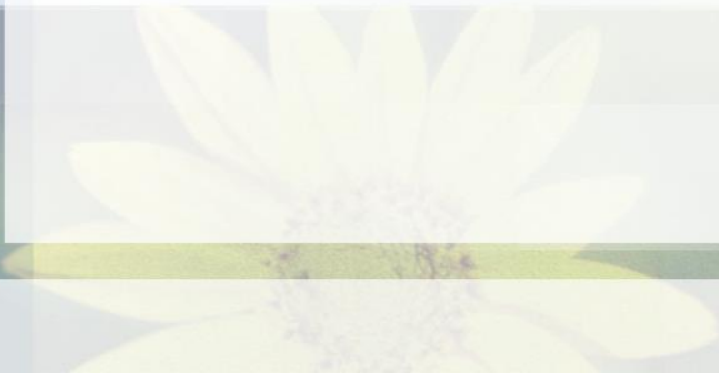
3.  $\langle ku, v \rangle = k\langle u, v \rangle$  , k scalar

4.  $\langle u, u \rangle \geq 0$

# Himpunan Orthogonal



- $S = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  disebut **himpunan orthogonal** jika setiap vector dalam  $U$  saling tegak lurus  $\langle u_1, u_2 \rangle = 0$
- $S = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  disebut **himpunan orthonormal** jika  $S$  himpunan orthogonal dan Norm dari  $u_i = 1$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  atau  $\langle u_i, u_i \rangle = 1$



# Contoh Soal

- Diketahui  $u = (4, -4, 2)$ ,  $v = (4, 2, -4)$ , dan  $w = (2, 4, 4)$ . Tentukan apakah himpunan  $S = \{u, v, w\}$  merupakan himpunan orthogonal dan juga himpunan orthonormal

- Penyelesaian :


$$\langle u, v \rangle = 0$$

$$\langle u, w \rangle = 0$$

$$\langle v, w \rangle = 0$$



Himpunan Orthogonal




- $\|u\| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + (2)^2} = 6$

- $\|v\| = \sqrt{4^2 + (2)^2 + (-4)^2} = 6$

- $\|w\| = \sqrt{2^2 + (4)^2 + (4)^2} = 6$



Himpunan bukan  
Orthonormal  
krn hasilnya tidak sama  
dengan satu



# Proses Gram Schmidt

- **Langkah 1**

$$v_1 = \frac{u_1}{\|u_1\|}$$

- **Langkah 2**

$$v_2 = \frac{u_2 - \langle u_2, v_1 \rangle v_1}{\|u_2 - \langle u_2, v_1 \rangle v_1\|}$$

- **Langkah 3**

$$v_3 = \frac{u_3 - \langle u_3, v_1 \rangle v_1 - \langle u_3, v_2 \rangle v_2}{\|u_3 - \langle u_3, v_1 \rangle v_1 - \langle u_3, v_2 \rangle v_2\|}$$

# Catatan

- Untuk membuktikan kebenaran dalam perhitungan, maka himpunan S dapat dibuktikan apakah sudah menjadi orthogonal dan ortonormal .

- **Persamaan Orthonormal**

$$v_n = \frac{u_n - \langle u_n, v_1 \rangle v_1 - \langle u_n, v_{n-1} \rangle v_{n-1}}{\|u_n - \langle u_n, v_1 \rangle v_1 - \langle u_n, v_{n-1} \rangle v_{n-1}\|}$$

$n$  : banyaknya anggota himpunan vector

yang akan diubah menjadi himpunan orthonormal



# Latihan Soal

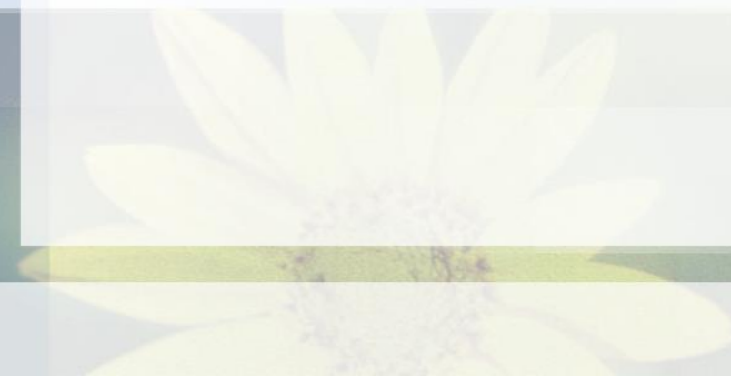
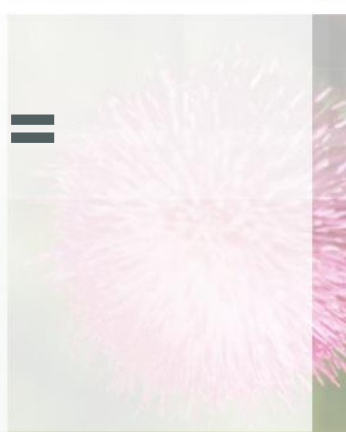


- Apakah masing-masing himpunan vector  $S = \{u_1, u_2, u_3\}$  merupakan himpunan orthogonal ?

A.  $u_1 = (-2, 2, 0)$   $u_2 = (0, -2, 2)$   $u_3 = (2, 0, -2)$

B.  $u_1 = \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$ ,  $u_2 = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$  dan  $u_3 = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)$

C.  $u_1 = (8, -8, 4)$ ,  $u_2 = (8, 4, -8)$  dan  $u_3 = (4, 8, 8)$



# Latihan Soal

- Dari soal di atas, tentukan apakah setelah menjadi himpunan orthogonal himpunan tersebut juga merupakan orthonormal, jika tidak dengan menggunakan proses gram Schmidt ubahlah himpunan vector tersebut menjadi himpunan orthonormal

